INCERTIDUMBRE EN LA CALIBRACION DE PESAS
(Calibración de pesas una a una)

CENAM, Area Mecánica, División de Metrología de Masa
M. en C. Luis Omar Becerra Santiago; Ing. Félix Pezet Sandoval

97-02-20

Introducción
En la calibración de pesas por comparación una a una, la pesa patrón siempre tiene que ser de clase de exactitud mejor que la pesa que va a calibrar, por supuesto esto implica que el error máximo tolerado (EMT) de la pesa patrón es alrededor de 1/3 del EMT de la pesa que se va a calibrar (de acuerdo con la R111 de la Organización Internacional de Metrología Legal), por consiguiente la incertidumbre de la pesa que se desea calibrar puede ser hasta 3 veces mayor que la incertidumbre de la pesa patrón.

En el presente informe se propone el tratamiento de las incertidumbres que se debe realizar al calibrar pesas en comparación una a una.

Desarrollo
Al realizar la calibración de pesas se puede utilizar el método de comparación de sustitución simple, o doble, no se abordará este tipo de procedimientos de calibración ya que no es la finalidad de este informe. La ecuación resultante de la comparación de la pesa patrón con la pesa a calibrar es la siguiente para **valor de masa**

$$m_p = m_{p0} - \rho_{a0}\left(V_{p0} - V_p\right) + \frac{\Delta m_0}{Sb_0} \qquad (1$$

donde

m_p	es la masa de la pesa *p*
m_{p0}	es la masa de la pesa *p0*
ρ_{a0}	es la densidad del aire *0*
V_{p0}	es el volumen de la pesa *p0*
V_p	es el volumen de la pesa *p*
Δm_0	es la diferencia de masas *0*
Sb_0	es la sensibilidad de la balanza *0*

las derivadas parciales de la masa de *p* con respecto a las variables son las siguientes

$$\frac{\partial m_p}{\partial m_{p0}} = 1 \qquad (2$$

$$\frac{\partial m_p}{\partial \rho_{a0}} = V_p - V_{p0} \qquad (3$$

$$\frac{\partial m_p}{\partial V_{p0}} = -\rho_{a0} \qquad (4$$

$$\frac{\partial m_p}{\partial V_p} = \rho_{a0} \qquad (5$$

$$\frac{\partial m_p}{\partial \Delta m_0} = \frac{1}{Sb_0} \qquad (6$$

$$\frac{\partial m_p}{\partial Sb_0} = \frac{-\Delta m_0}{{Sb_0}^2} \qquad (7$$

La incertidumbre combinada al cuadrado de la masa de *p* será la siguiente, considerando que todas las variables son independientes

$$(8$$

$$u_{mp}^2 = \left(\frac{\partial m_p}{\partial m_{p0}} u_{mp0}\right)^2 + \left(\frac{\partial m_p}{\partial \rho_{a0}} u_{\rho a0}\right)^2 + \left(\frac{\partial m_p}{\partial V_{p0}} u_{Vp0}\right)^2 + \left(\frac{\partial m_p}{\partial V_p} u_{Vp}\right)^2 + \left(\frac{\partial m_p}{\partial \Delta_{m0}} u_{\Delta m0}\right)^2 + \left(\frac{\partial m_p}{\partial Sb_0} u_{Sb0}\right)^2$$

Ahora si tomamos a la masa *p* como patrón de masa para calibrar una pesa *x* tenemos la siguiente ecuación

$$m_x = m_p - \rho_a\left(V_p - V_x\right) + \frac{\Delta m}{Sb} \qquad (9$$

donde

m_x	es la masa de la pesa *x*
m_p	es la masa de la pesa *p*
ρ_a	es la densidad del aire
V_p	es el volumen de la pesa *p*
V_x	es el volumen de la pesa *x*
Δm	es la diferencia de masas
Sb	es la sensibilidad de la balanza

las derivadas parciales de la masa de *x* con respecto a las variables son las siguientes

$$\frac{\partial m_x}{\partial m_p} = 1 \quad (10$$

$$\frac{\partial m_x}{\partial \rho_a} = V_x - V_p \quad (11$$

$$\frac{\partial m_x}{\partial V_p} = -\rho_a \quad (12$$

$$\frac{\partial m_x}{\partial V_x} = \rho_a \quad (13$$

$$\frac{\partial m_x}{\partial \Delta m} = \frac{1}{Sb} \quad (14$$

$$\frac{\partial m_x}{\partial Sb} = \frac{-\Delta m}{Sb^2} \quad (15$$

Ahora si derivamos de m_x con respecto a las variables que intervienen tanto en su calibración como en la calibración de m_p la incertidumbre combinada de m_x al cuadrado será

16)

$$u_{mx}^2 = \left(\frac{\partial m_x}{\partial m_p}\frac{\partial m_p}{\partial m_{p0}}\right)^2 u_{mp0}^2 +$$
$$\left(\frac{\partial m_x}{\partial m_p}\frac{\partial m_p}{\partial \rho_{a0}}\right)^2 u_{\rho a0}^2 +$$
$$\left(\frac{\partial m_x}{\partial m_p}\frac{\partial m_p}{\partial V_{p0}}\right)^2 u_{Vp0}^2 +$$
$$\left(\frac{\partial m_x}{\partial m_p}\frac{\partial m_p}{\partial \Delta m_0}\right)^2 u_{\Delta m0}^2 +$$
$$\left(\frac{\partial m_x}{\partial m_p}\frac{\partial m_p}{\partial Sb_0}\right)^2 u_{Sb0}^2 +$$
$$\left(\frac{\partial m_x}{\partial V_p}+\frac{\partial m_x}{\partial m_p}\frac{\partial m_p}{\partial V_p}\right)^2 u_{Vp}^2 +$$
$$\left(\frac{\partial m_x}{\partial \rho_a}\right)^2 u_{\rho a}^2 +$$
$$\left(\frac{\partial m_x}{\partial V_x}\right)^2 u_{Vx}^2 +$$
$$\left(\frac{\partial m_x}{\partial \Delta m}\right)^2 u_{\Delta m}^2 +$$
$$\left(\frac{\partial m_x}{\partial Sb}\right)^2 u_{Sb}^2$$

como u_{mp}^2 es igual a los primeros cinco términos de u_{mx}^2 mas una componente debida al volumen de la pesa *p*, que se factoriza, se puede sustituir u_{mp}^2 y los valores de las derivadas parciales en la ecuación quedando de la siguiente forma

(17

$$u_{mx}^2 = u_{mp}^2 + \left(\rho_{a0} - \rho_a\right)^2 u_{Vp}^2 +$$
$$\left(V_x - V_p\right)^2 u_{\rho a}^2 + \rho_a^2 u_{Vx}^2 + \left(\frac{1}{Sb}\right)^2 u_{\Delta m}^2 +$$
$$\left(\frac{-\Delta m}{Sb^2}\right)^2 u_{sb}^2$$

Donde se podrá notar que la componente de la incertidumbre debida al volumen del patrón se reduce considerablemente cuando se toma en cuenta la incertidumbre de la masa del patrón, y cuando el patrón fue calibrado en el mismo laboratorio donde es utilizado a su vez como patrón de masa prácticamente tiende a cero.

Calibración en masa Convencional

Al calibrar en masa convencional se utiliza la siguiente ecuación

$$\mathbf{m}_p = \mathbf{m}_{p0} - \rho_{a0}\left(V_{p0} - V_p\right) + \frac{\Delta m_0}{Sb_0} \quad (18$$

donde

$\mathbf{m}_p$ es la masa convencional de la pesa *p*

$\mathbf{m}_{p0}$ es la masa convencional de la pesa *p0*

ρ_{a0} es la densidad del aire *0*

V_{p0} es el volumen de la pesa *p0*

V_p es el volumen de la pesa *p*

Δm_0 es la diferencia de masas *0*

Sb_0 es la sensibilidad de la balanza *0*

las derivadas de la masa convencional de *p* con respecto a las variables son

$$\frac{\partial \mathbf{m}_p}{\partial \mathbf{m}_{p0}} = 1 \quad (19$$

$$\frac{\partial \mathbf{m}_p}{\partial \rho_{a0}} = V_p - V_{p0} \quad (20$$

$$\frac{\partial \mathbf{m}_p}{\partial V_{p0}} = -\left(\rho_{a0} - 1{,}2\right) \quad (21$$

$$\frac{\partial \mathbf{m}_p}{\partial V_p} = \rho_{a0} - 1{,}2 \quad (22$$

$$\frac{\partial \mathbf{m}_p}{\partial \Delta m_0} = \frac{1}{Sb_0} \quad (23$$

$$\frac{\partial \mathbf{m}_p}{\partial Sb_0} = \frac{-\Delta m_0}{{Sb_0}^2} \quad (24$$

Ahora al igual que lo realizado en la calibración de masa, tomamos a la pesa *p* como patrón de masa para calibrar una pesa *x* tenemos la siguiente ecuación

$$\mathbf{m}_x = \mathbf{m}_p - \left(\rho_a - 1{,}2\right)\left(V_p - V_x\right) + \frac{\Delta m}{Sb} \quad (25$$

donde

$\mathbf{m}_x$ es la masa convencional de la pesa *x*

$\mathbf{m}_p$ es la masa convencional de la pesa *p*

ρ_a es la densidad del aire

V_p es el volumen de la pesa *p*

V_x es el volumen de la pesa *x*

Δm es la diferencia de masas

Sb es la sensibilidad de la balanza

las derivadas parciales de la masa de *p* con respecto a las variables son las siguientes

$$\frac{\partial \mathbf{m}_x}{\partial \mathbf{m}_p} = 1 \quad (26$$

$$\frac{\partial \mathbf{m}_x}{\partial \rho_a} = V_x - V_p \quad (27$$

$$\frac{\partial \mathbf{m}_x}{\partial V_p} = -\left(\rho_a - 1{,}2\right) \quad (28$$

$$\frac{\partial \mathbf{m}_x}{\partial V_x} = \left(\rho_a - 1{,}2\right) \quad (29$$

$$\frac{\partial \mathbf{m}_x}{\partial \Delta m} = \frac{1}{Sb} \quad (30$$

$$\frac{\partial \mathbf{m}_x}{\partial Sb} = \frac{-\Delta m}{Sb^2} \quad (31$$

Realizando el mismo tratamiento que en el cálculo de la incertidumbre de masa llegamos a la siguiente expresión

(32

$$u_{mx}^{2} = u_{mp}^{2} + (\rho_{a0} - \rho_{a})^{2} u_{Vp}^{2} +$$

$$(V_x - V_p)^2 u_{\rho a}^{2} + (\rho_a - 1{,}2)^2 u_{Vx}^{2} + \left(\frac{1}{Sb}\right)^2 u_{\Delta m}^{2} +$$

$$\left(\frac{-\Delta m}{Sb^2}\right)^2 u_{sb}^{2}$$

en donde se puede observar que de la misma manera que en la determinación de la masa la componente de incertidumbre debida al volumen del patrón también se reduce a cero si $\rho_{a0} = \rho_a$ (calibrado en el mismo laboratorio, con una densidad del aire igual). La masa convencional se inventó para reducir la incertidumbre en la calibración de masa cuando se tienen las condiciones ambientales de 1,2 kg/m^3 en la densidad del aire, temperatura de 20 ºC y 8 000 kg/m^3 como densidad de las pesas.

Se debe tener en cuenta que al convertir la masa convencional en valor de masa obtenemos el valor de masa con una incertidumbre, y las componentes de la incertidumbre son debidas a el valor de densidad de la pesa y el valor de masa convencional.

Referencia

[1] Guide to the expression of uncertainty in measurement - BIPM, IEC, IFCC, ISO, IUPAC, IUPAP, OIML-1993
[2] International Recommendation OIML R33 (1979) Conventional value of the result of weighing in air, International Organization of Legal Metrology, (Official translation into English made by the United Kingdom Government)